

Санкт-Петербургский государственный университет

Кафедра небесной механики

Физика планетных систем

Довгалева Илья Сергеевич

**ОЦЕНКА МАСС СПУТНИКОВ ПРОМЕТЕЙ И ДАФНИС
ПО ГРАВИТАЦИОННЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ В СИСТЕМЕ КОЛЕЦ
САТУРНА**

Выпускная квалификационная работа

Допущен к защите:
заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., проф. Холщевников К.В.

Научный руководитель
к. ф.-м. н., доц. Питъев Н. П.

Рецензент
к. ф.-м. н., ст. н. сотр. ГАО РАН
Мельников А. В.

Санкт-Петербург, 2016

Saint-Petersburg State University

Department of celestial mechanics

Physics of planetary systems

Dovgalev Ilya Sergeevich

**ESTIMATION OF PROMETHEUS AND DAPHNIS MASS
BY GRAVITATIONAL PERTURBATIONS IN THE SATURNIAN
RING SYSTEM**

Graduation thesis

Admitted for defence:

Head of chair

professor K.V. Kholshchevnikov

Scientific supervisor

assistant professor, d-r N. P. Pitjev

Reviewer

Senior researcher (Pulkovo Observatory of RAS),

d-r A. V. Melnikov

Saint-Petersburg, 2016

Содержание

1	Введение	3
1.1	Космический аппарат Cassini	3
1.2	Система колец Сатурна	5
1.3	Об оценке масс спутников в данной работе	6
2	Моделирование гравитационного возмущения частиц колец близким спутником	7
2.1	Общие предположения, принятые в модели	7
2.2	Программа интегрирования уравнений движения и контроль вычислений	8
2.3	Уравнения движения в задаче N тел	9
2.4	Контроль интегрирования	11
2.5	Нахождение параметров моделирования при обработке наблюдательных данных	12
3	Моделирование гравитационного взаимодействия Прометея и кольца F	12
3.1	Кольцо F и создаваемые в нем возмущения	12
3.2	Спутник Прометей	14
3.3	Предположения при моделировании	15
3.4	Моделирование вытянутости Прометея	16
3.5	Изменение во времени возмущений одной или одновременно нескольких прядей кольца F	16
4	Работа с наблюдательным материалом по Прометею	17
4.1	Измерение снимков	17
4.2	Оценка массы спутника Прометей	19
5	Моделирование возмущений краевой зоны щели Keeler при движении спутника Дафнис	20

5.1	Щель Килера и спутник Дафнис (S/2005 S1)	20
5.2	Предположения при моделировании	21
6	Работа с наблюдательным материалом по Дафнису	23
6.1	Измерение снимков	23
6.2	Оценка массы спутника Дафнис	24
7	Заключение	26
	Список литературы	27

1 Введение

Космические исследования Сатурна и системы его колец начались в 1979 году, при пролете космического аппарата Пионер 11. Затем с Сатурном сближались аппараты Вояджер 1 в 1980 г. и Вояджер 2 в 1981 г. В 1997 году к Сатурну был отправлен аппарат Кассини.

1.1 Космический аппарат Cassini

Проект Кассини-Гюйгенс – совместный проект NASA (Североамериканского Космического Агентства), ESA (Европейского Космического Агентства) и ASI (Итальянского Космического Агентства). Запуск был произведен 15 октября 1997 года с мыса Канаверал (Флорида). До достижения Сатурна траектория Cassini включала несколько ускоряющих гравитационных маневров: два сближения с Венерой, одно с Землей и затем с Юпитером. 1 июля 2004 космический аппарат достиг орбиты Сатурна. Cassini стал первым аппаратом, вышедшем на орбиту вокруг Сатурна.

Орбита межпланетного перелета представлена на Рис. 1.

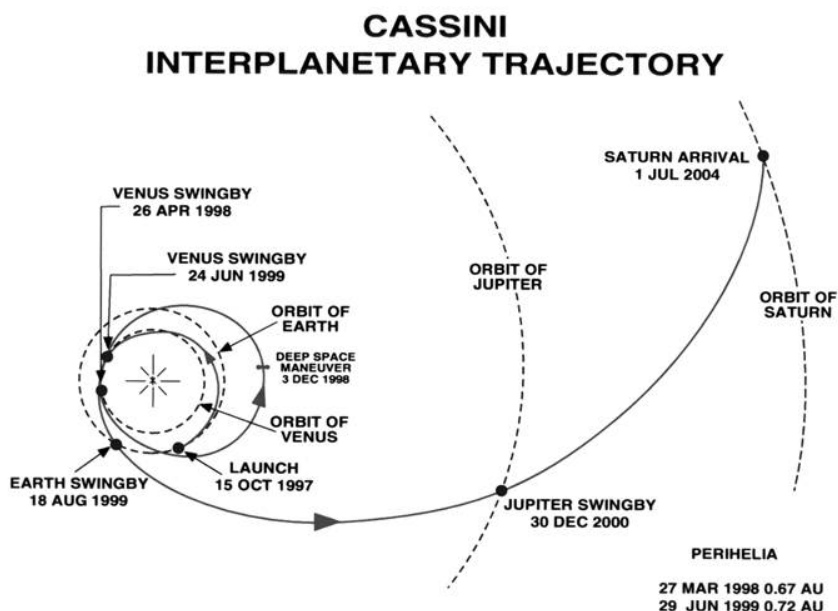


Рис. 1: Орбита межпланетного перелета космического аппарата Кассини.

Запланированная первоначально четырехлетняя работа аппарата Кас-

сини около Сатурна неоднократно продлевалась, и информация о нем и наблюдениях с него Сатурна, колец и спутников регулярно приводится на сайте (<http://saturn.jpl.nasa.gov/mission/index.cfm>). Космический аппарат Кассини – один из самых больших, тяжелых и хорошо оснащенных межпланетных аппаратов. Расстояние от него до Земли меняется в пределах 8.2 - 10.2 а.е., сигнал от него идет 68 – 84 минуты. С практической точки зрения это означает, что невозможно осуществлять управление аппаратом в реальном времени и при возникновении проблем реакция с Земли последует лишь через несколько часов. Среди инструментов Кассини имеются: инфракрасный спектрометр (для измерения инфракрасного излучения атмосферы, колец и других областей в системе Сатурна); ионный и нейтральный спектрометр (для анализа заряженных и нейтральных частиц около Титана и Сатурна); оптическая подсистема для получения изображений (широко- и узкоугольные камеры для получения фотографий больших областей и детальных изображений малых областей); магнитометрические устройства (для измерения магнитных полей вокруг Сатурна); радиоизмерительная аппаратура (для получения карт поверхности Титана, а также для регистрации радиоволн от спутников Сатурна); инструмент для измерения электромагнитных полей в межпланетном пространстве и планетных магнитосфер; исследовательская радиосистема (для определения изменений пути радиосигналов, идущих через такие объекты как атмосфера Титана и кольца Сатурна); ультрафиолетовый спектрограф (для получения изображений облаков и колец Сатурна в ультрафиолетовом диапазоне); видимый и инфракрасный спектрометр (для получения изображений объектов системы Сатурна в видимом и инфракрасном диапазоне); Для обеспечения Кассини энергией используются три радиоизотопных термоэлектрических генератора, работающих на двуокиси плутония (32.8 кг). Общий вид и некоторые элементы аппарата представлены на Рис. 2.

Наибольший интерес представляет система, состоящая из широкоугольной и узкоугольной камеры и набора фильтров, позволяющих делать фо-

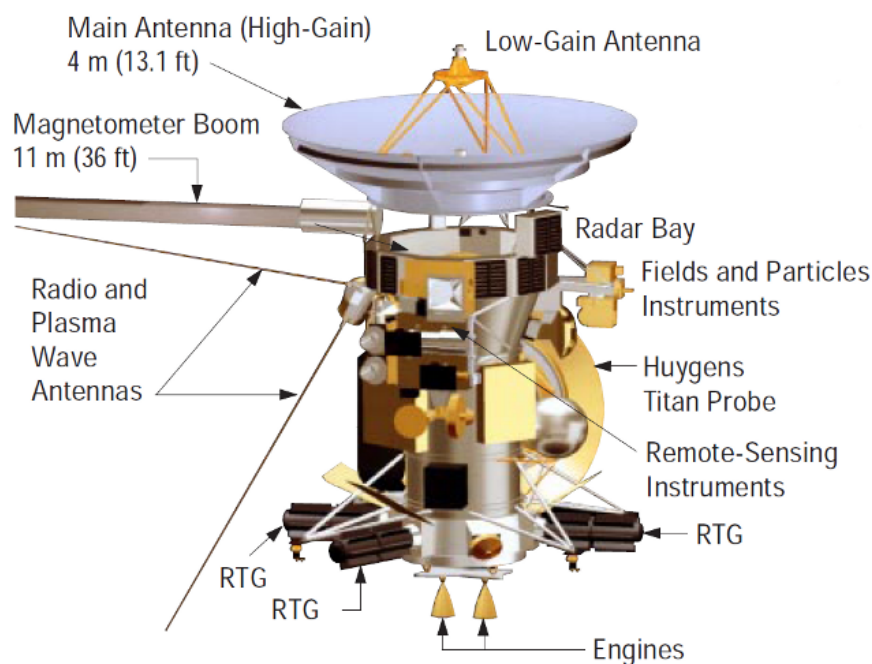


Рис. 2: Внешний вид космического аппарата Cassini.

тографии в различных длинах волн (Imaging Science Subsystem или ISS). Она может снимать и передавать на Землю до 2700 фотографий в месяц. Широкоугольная камера имеет 18 различных фильтров и позволяет делать панорамные снимки. Поле ее зрения составляет $3.5^\circ \times 3.5^\circ$. Узкоугольная камера используется для получения снимков высокого разрешения небольших участков интересующих объектов. Она располагает 24 фильтрами, а поле ее зрения перекрывает область $0.35^\circ \times 0.35^\circ$. Фотографии, полученные этой камерой, использованы в данной работе для получения характеристик гравитационного взаимодействия спутников Дафнис и Прометей с частицами колец и оценки масс спутников.

1.2 Система колец Сатурна

С появлением новых телескопов, более чувствительных устройств и космических аппаратов в Солнечной системе стало возможным наблюдать очень слабые объекты. Благодаря этому в системе Сатурна были открыты неразрешимые ранее кольца D, E, F, G. Сейчас система колец Сатурна разделена на 7 частей и каждой из них присвоена буква алфавита в со-

ответствии с порядком их открытия. Последовательность колец от самого внутреннего к внешнему выглядит следующим образом: D, C, B, A, F, G и E. На снимках с большим разрешением видно, что каждая из этих частей в свою очередь является совокупностью многочисленных колец. Кольца A, B, и C широкие и хорошо видны, в то время как F и G тонкие и трудно различимы. На Рис. 3 представлены кольца Сатурна в видимом диапазоне волн.

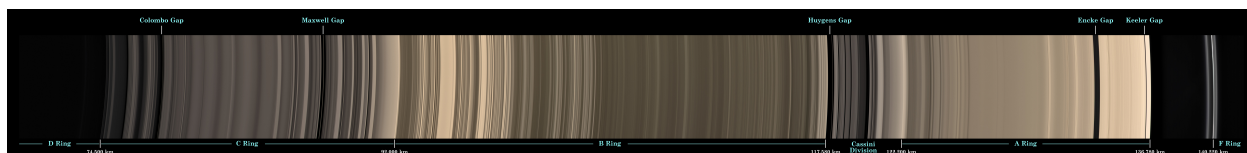


Рис. 3: Кольца Сатурна в видимом диапазоне (<http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA08389>).

Частицы в кольцах состоят в основном из льда (не только водяного) и имеют размеры от микрометра до десятков метров.

Основные кольца: A, B и C. Щель Кассини – самая широкая щель в кольцах, разделяет кольца B и A. Кольца D и C разделяет щель Гуэрин. C и B разделяет щель Максвелла. Возраст колец меньше возраста Солнечной системы и, возможно, насчитывает несколько сотен миллионов лет. Космогония их еще разрабатывается [1]. Кольцо A имеет щель Энке шириной 325 км. В щели Энке находится спутник Пан, размер которого около 20 км. Ещё ближе к внешнему краю кольца A расположена щель Килера, в которой в мае 2005 года по фотографиям с космического аппарата Кассини был обнаружен небольшой спутник (S/2005 S1, позже – Дафнис).

1.3 Об оценке масс спутников в данной работе

В этой работе предпринята попытка оценить массу двух спутников Сатурна – Прометей и Дафнис – по создаваемым ими возмущениям в участках колец при тесном сближении с ними.

На части снимков, сделанных аппаратом, запечатлены участки колец, испытывающие возмущение со стороны близко проходящих на тот момент

спутников. Как следствие, в структуре этих колец возникают необычные искривления и деформации. Их форма меняется со временем, а спустя большой промежуток времени возмущения размываются. Эти деформации характеризуются амплитудой, которая зависит от массы возмущающего спутника и степени сближения с ним. Возникает идея таким образом оценить массу спутника, как величину, определяющую амплитуду создаваемого возмущения. В данной работе планировалось произвести оценку с использованием сразу нескольких параметров.

Для достижения цели было осуществлено численное моделирование системы, включающей Сатурн, сам спутник и участок кольца, сближающийся с ним. Варьируемыми параметрами являлись дистанция сближения и масса спутника. На основании результатов модели, сравниваемых с наблюдательным материалом, производилась оценка.

2 Моделирование гравитационного возмущения частиц колец близким спутником

Все кольца состоят из множества отдельных частиц, поэтому для моделирования и исследования возмущений частиц колец были использованы методы задачи N тел. В проведенном моделировании общее число тел достигало нескольких тысяч, включая Сатурн, возмущающие спутники и частицы колец. Моделирование возмущений производилось для каждого спутника отдельно.

2.1 Общие предположения, принятые в модели

При численном исследовании были приняты следующие общие предположения:

- Основным гравитационным полем является центральное поле Сатурна, учитывается сжатие Сатурна.
- Движение частиц происходит под действием гравитационных сил Са-

турна и со стороны возмущающего спутника, влияния других спутников, самогравитация и возможные малые силы вязкости в кольце не учитываются.

- Гравитационное воздействие от спутника Дафнис считается, как от точечной массы или массы со сферическим распределением плотности, в случае с Прометеем учитывается его вытянутость.
- Частицы кольца имеют нулевую массу, не возмущают спутник и не влияют на движение друг друга.
- Частицы и возмущающий спутник находятся и движутся в одной плоскости (толщина колец в большей части меньше 100 м, а их наклон незначителен).
- Движение частиц до взаимодействия со спутником происходит по круговым орбитам.
- Взаимное смещение частицы и спутника рассматривается во вращающейся системе координат, синхронизированной со средней угловой скоростью вращения спутника.

При задании начальных данных и вычислениях использовалась, как правило, наиболее удобная для случая система единиц: массы тел задавались в долях массы Сатурна или в виде гравитационного параметра, расстояния отсчитывались от центра Сатурна и задавались в километрах либо в радиусах орбиты спутника.

2.2 Программа интегрирования уравнений движения и контроль вычислений

Для решения задачи N тел на языке Фортран95 была написана и протестирована программа численного интегрирования уравнений движения, реализующая метод Э. Эверхарта [6]. В качестве входных данных в ней задаются координаты и скорости всех тел на начальный момент, а на каждом шаге интегрирования программа может выводить полученные положения

тел или другие параметры, индивидуальные для конкретно взятой задачи. Программа позволяет задавать тела как нулевой, так и отличной от нуля массы, что дает возможность одновременно интегрировать невесомые частицы и массивные тела. Следует отметить, что при увеличении числа тел с ненулевыми массами в k раз время счета увеличивается примерно в k^2 раз, при увеличении числа тел с нулевой массой в l раз время счета тоже возрастает примерно в l раз.

В программе реализуется метод Эверхарта 5-го порядка с использованием сетки узлов Гаусса-Радона (что в данном случае повышает порядок интегрирования до 11-го) и переменным шагом. Задаваемая точность равнялась 10^{-9} . Программой не предусмотрено формального ограничения на число тел, так что фактически, оно ограничено лишь доступной оперативной памятью компьютера и приемлемым временем счета. Наибольшее число тел, использованное при вычислениях с этой программой, было 12031, при этом на интегрирование уравнений движения на временном интервале, равном периоду обращения Прометея вокруг Сатурна уходило около 0.9 минуты, а на интервале, равном периоду обращения Дафниса - 1.9 минуты (допускались параллельные вычисления). Контролем точности интегрирования являлось сохранение интегралов энергии и площадей.

2.3 Уравнения движения в задаче N тел

Были рассмотрены два варианта систем координат, в которых решалась эта задача — барицентрическая и планетоцентрическая (здесь и далее — сатурноцентрическая). В барицентрической системе координат уравнения

движения выглядят довольно просто:

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = G \sum_{j=1, j \neq i}^N m_j \frac{x_j - x_i}{r_{ji}^3} \\ \ddot{y}_i = G \sum_{j=1, j \neq i}^N m_j \frac{y_j - y_i}{r_{ji}^3} \\ \ddot{z}_i = G \sum_{j=1, j \neq i}^N m_j \frac{z_j - z_i}{r_{ji}^3} \end{cases}, \quad i = 0, \dots, N-1, \quad (1)$$

где x_j, y_j, z_j, m_j — координаты и масса j -го тела, $\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i$ — компоненты ускорений i -го тела, а r_{ji} — взаимное расстояние между j -м и i -м телом. В сатурноцентрическом варианте выражения несколько усложняются:

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = -\frac{G(M + m_i)x_i}{r_i^3} - G \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} m_j \left(\frac{x_i - x_j}{r_{ji}^3} + \frac{x_j}{r_j^3} \right) \\ \ddot{y}_i = -\frac{G(M + m_i)y_i}{r_i^3} - G \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} m_j \left(\frac{y_i - y_j}{r_{ji}^3} + \frac{y_j}{r_j^3} \right) \\ \ddot{z}_i = -\frac{G(M + m_i)z_i}{r_i^3} - G \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} m_j \left(\frac{z_i - z_j}{r_{ji}^3} + \frac{z_j}{r_j^3} \right) \end{cases}, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (2)$$

где M — масса Сатурна, а r_i — расстояние от Сатурна до i -го тела. Барицентрическая система координат была применена на предварительной стадии моделирования в первых вариантах программы для некоторых тестов и сравнения результатов, полученных в разных системах координат, в дальнейшем процессе работы был использован сатурноцентрический вариант, как более удобный. Поэтому далее рассмотрение и вычисления проводятся в сатурноцентрической системе координат. Поскольку Сатурн обладает существенным сжатием, это учитывалось при моделировании.

Если учесть сжатие Сатурна, то система уравнений движения в экваториальной плоскости ($z = 0$) преобразуется следующим образом:

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = -\frac{G(M + m_i)x_i}{r_i^3} - G \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} m_j \left(\frac{x_i - x_j}{r_{ji}^3} + \frac{x_j}{r_j^3} \right) + F_i \frac{x_i}{r_i} \\ \ddot{y}_i = -\frac{G(M + m_i)y_i}{r_i^3} - G \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} m_j \left(\frac{y_i - y_j}{r_{ji}^3} + \frac{y_j}{r_j^3} \right) + F_i \frac{y_i}{r_i} \end{cases}, \quad (3)$$

где

$$F_i = -\frac{GM}{r_i^2} \left(1 + \frac{3}{2}J_2 \left(\frac{R_e}{r_i} \right)^2 - \frac{15}{8}J_4 \left(\frac{R_e}{r_i} \right)^4 + \right. \\ \left. + \frac{35}{16}J_6 \left(\frac{R_e}{r_i} \right)^6 - \frac{315}{128}J_8 \left(\frac{R_e}{r_i} \right)^8 \right)$$

— члены, учитывающие сжатие Сатурна, $i = 1, \dots, N-1$. В этой формуле R_e — экваториальный радиус Сатурна, равный 60268 километров, а $J_2 = 16290.71 \times 10^{-6}$, $J_4 = -935.83 \times 10^{-6}$, $J_6 = 86.14 \times 10^{-6}$, $J_8 = -10.0 \times 10^{-6}$ [11] — коэффициенты при соответствующих зональных гармониках разложения потенциала в ряд.

2.4 Контроль интегрирования

Контроль интегрирования соблюдался сохранением интеграла энергии:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) - \frac{1}{2m} \left[\left(\sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{x}_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{y}_i \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{z}_i \right)^2 \right] - U = E, \quad (4)$$

где

$$U = G \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} \frac{m_i m_j}{r_{ij}} + G \sum_{i=1}^{N-1} \frac{M m_i}{r_i} \left(1 + \frac{1}{2}J_2 \left(\frac{R_e}{r_i} \right)^2 - \frac{3}{8}J_4 \left(\frac{R_e}{r_i} \right)^4 + \right. \\ \left. + \frac{5}{16}J_6 \left(\frac{R_e}{r_i} \right)^6 - \frac{35}{128}J_8 \left(\frac{R_e}{r_i} \right)^8 \right),$$

и площадей:

$$\sum_{i=1}^{N-1} m_i (y_i \dot{z}_i - z_i \dot{y}_i) - \frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^{N-1} m_i y_i \sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{z}_i - \sum_{i=1}^{N-1} m_i z_i \sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{y}_i \right] = C_1 \\ \sum_{i=1}^{N-1} m_i (z_i \dot{x}_i - x_i \dot{z}_i) - \frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^{N-1} m_i z_i \sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{x}_i - \sum_{i=1}^{N-1} m_i x_i \sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{z}_i \right] = C_2 \\ \sum_{i=1}^{N-1} m_i (x_i \dot{y}_i - y_i \dot{x}_i) - \frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^{N-1} m_i x_i \sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{y}_i - \sum_{i=1}^{N-1} m_i y_i \sum_{i=1}^{N-1} m_i \dot{x}_i \right] = C_3. \quad (5)$$

В этих формулах $m = M + \sum_{i=1}^{N-1} m_i$ — суммарная масса системы, а U и E — ее гравитационный потенциал и полная энергия. На протяжении всего

времени вычислений значения интегралов сохраняли точность в 12 знаков после запятой, что укладывается в заданную точность интегрирования.

2.5 Нахождение параметров моделирования при обработке наблюдательных данных

На официальном сайте миссии Cassini [3] регулярно появляются фотографии, полученные с космического аппарата. Изучение взаимодействия Прометея и кольца F (или Дафниса и краев щели Килера) не является основной целью миссии, поэтому снимков, иллюстрирующих данное явление, немного. Несмотря на небольшое количество наблюдательного материала, удалось выбрать фотографии, пригодные для измерений по представленным ниже критериям. После измерений осуществлялось моделирование возмущений с целью нахождения параметров, наилучшим образом удовлетворяющих снимкам.

3 Моделирование гравитационного взаимодействия Прометея и кольца F

Возмущения кольца F со стороны Прометея из-за тесных сближений очень сильные и нелинейные, в то время как со стороны других спутников, включая массивный Титан, не превышают километра или много меньше (в работе [2] были выполнены численные и аналитические оценки, средняя амплитуда возмущения не превышала 0.6–0.7 км). Кольцо F, как и другие кольца состоит из множества отдельных частиц.

3.1 Кольцо F и создаваемые в нем возмущения

Первый снимок кольца F был получен космическим аппаратом Пионер 11 в 1979 году [7], после чего началось его детальное изучение. Исследовательские работы осложняются его близостью с яркими основными кольцами, поэтому в большинстве случаев годятся данные, полученные только с космических аппаратов. Как образовалось кольцо F, пока не известно.

Возможно, оно появилось в результате разрушения какого-нибудь спутника Сатурна. Анализ наблюдательных данных, произведенный в работе [5], показал, что кольцо состоит в основном из ледяных частиц не более 2 метров в диаметре, большую часть из которых составляют частицы размером от 0.03 до 1 микрона. Мелкие частицы распределены в сторону краев, в то время как более крупные сосредоточены ближе к центру. Кольцо не однородно, его ширина изменяется в диапазоне от 30 до 500 километров [4], а само оно разделяется на главную яркую центральную компоненту шириной около 20 километров и ряд побочных прядей. Средний эксцентриситет и большая полуось центра кольца равны соответственно 0.0025 и 140224 километра [5].

За внешним краем кольца движется спутник Пандора, а со стороны внутреннего края - Прометей. Это так называемые «спутники-пастухи» кольца F. Пандора несколько меньше Прометея и у нее нет тесных сближений с кольцом F (минимальное расстояние сближения равно приблизительно 500 километров), поэтому она не оказывает значительных возмущений на кольцо, видимых на снимках. Прометей расположен ближе к кольцу F и на каждом обороте при прохождении апоцентра вызывает сильные возмущения. Первые попытки объяснить узость кольца F были сделаны практически сразу после открытия Пандоры и Прометея. Считалось, что именно «спутники-пастухи» играют стабилизирующую роль, ограничивая размеры кольца [8]. Но со временем было показано, что в целом система может быть глобально не устойчива с орбитальным хаосом из-за сложного взаимодействия между Прометеем и Пандорой [9], [10], [22], и причины сохранения узости кольца F остаются не ясными [5]. Моделирование гравитационного взаимодействия Прометея с кольцом F является одной из задач данной работы.

3.2 Спутник Прометей

Прометей был открыт в октябре 1980 года при обработке фотографий, полученных космическим аппаратом Вояджер 1. Плоскость его орбиты практически совпадает с плоскостью колец, а ее большая полуось равняется 139380 километра [13]. Спутник имеет заметную вытянутость, а его поверхность покрыта кратерами (Рис. 4).



Рис. 4: Вид спутника Прометей (снимок взят с сайта <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA12593>). Для получения крупных снимков аппарату Кассини на время была задана специальная программа движения

Форма Прометея обычно аппроксимируется трехосным эллипсоидом. По разным оценкам [15], [18], [19], [20], его размеры составляют от $119 \times 87 \times 61$ до $148 \times 100 \times 68$ километров. В следствии приливных сил со стороны Сатурна он приобрел вращение вокруг своей оси, близкое к синхронному с орбитальным движением вокруг Сатурна. Большая полуось вытянутого спутника лежит в плоскости его орбиты, и Прометей при орбитальном движении направлен своей вытянутостью в радиальном направлении. Небольшой эксцентриситет орбиты Прометея, равный 0.0022 [13], приводит к периодическим ($\sim 14^h.7$) приближениям к кольцу F и удалению от него. При подходе к апоцентру Прометей приближается к прядям кольца F

на расстояния, сравнимые с его размерами, вызывая сильные возмущения материала кольца и деформации в его структуре. Из-за разности в скорости движения частиц кольца и Прометея каждый последующий участок отстоит от предыдущего примерно на 3° .

Частицы кольца приобретают колебательное движение с периодом, близким к орбитальному периоду Прометея, поэтому форма возмущений меняется периодически, а в силу дифференциального вращения колец эти возмущения со временем размазываются. Осложнением для исследования взаимодействий Прометея с кольцом F является то, что минимальные расстояния между ними от сближения к сближению меняются из-за небольшой эксцентricности формы кольца F. Так, в некоторых случаях Прометей может даже “погружаться” в кольцо.

Следует отметить, что ранее оценка массы Прометея производилась лишь по взаимным возмущениям в движениях со спутником Пандора, поэтому получение независимой оценки массы спутника по возмущениям в кольце F отражает определенную новизну в работе (использован другой метод).

3.3 Предположения при моделировании

Моделирование взаимодействия кольца F и спутника Прометей осуществлялось при следующих предположениях:

- Моделируемый участок кольца считался круговым. Так как эксцентricитет кольца мал и длина участка, где частицы кольца испытывают гравитационное возмущение при прохождении спутником апоцентра, не превышала нескольких градусов дуги, то это предположение достаточно корректно. Моделируется тот участок кольца, который сближается с Прометеем при подходе спутника к апоцентру ($\sim 3^\circ$).
- Участок представлялся цепочкой материальных точек нулевой массы. Так как кольцо F состоит в основном из частиц от нескольких микрон до нескольких метров, то масса этих частиц пренебрежимо мала по сравнению с массой Прометея, не говоря уже о массе Сатурна.

- Движение частиц на моделируемом участке до сближения с Прометеем принималось круговым.
- Движение всех частиц и Прометея считалось происходящим в одной плоскости. Это предположение связано с малыми углами плоскостей орбиты Прометея (0.0075°) и кольца F (0.0065°) относительно экваториальной плоскости Сатурна.
- При моделировании Сатурн рассматривался как сжатое тело.
- При взаимодействии с частицами кольца Прометей считался вытянутым телом, а при взаимодействии с Сатурном — точечной массой, так как из-за малой массы Прометея и на расстояниях, сравнимых с большой полуосью его орбиты, эффект от вытянутости очень мал.

Самогравитация и возмущения от других массивных спутников (например, Титана) не учитывались, будучи по порядку величины малыми в сравнении с возмущениями от Прометея.

3.4 Моделирование вытянутости Прометея

Для приближенного учета вытянутости Прометея при его взаимодействии с частицами кольца спутник был представлен тремя радиально расположенными точками, одна из которых находилась в центре спутника, а две другие отстояли от нее на 35 километров с каждой стороны вдоль направления на Сатурн. Масса каждой точки считалась равной $1/3$ массы Прометея.

3.5 Изменение во времени возмущений одной или одновременно нескольких прядей кольца F

Программа позволяет выводить данные на каждом шаге интегрирования и получать на заданный момент положения точек кольца и Прометея. Это дает возможность проследить возникновение и эволюцию возмущений

на некотором интервале времени и получить качественную картину возможных форм возмущения пряди для сравнения с наблюдениями (Рис. 5).

Также программа позволяет интегрировать уравнения движения частиц, расположенных сразу на нескольких дугах, находящихся на разных расстояниях от Сатурна, что дает возможность моделировать возмущения нескольких прядей или поведение кольца конечной ширины. Эта возможность является важной при обработке снимков, так как на них элементы кольца имеют конечную ширину, а при обработке используются возмущения сразу нескольких прядей.

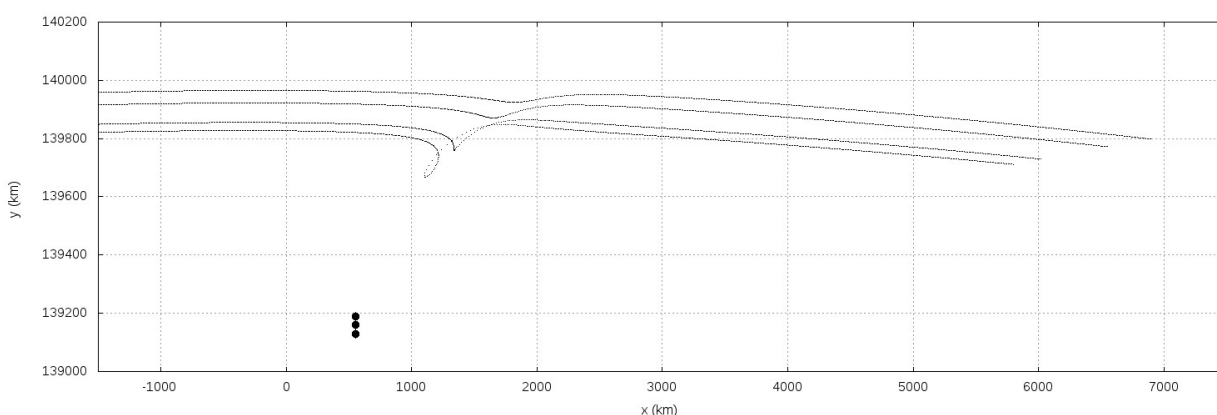


Рис. 5: Результат моделирования возмущений границ двух прядей кольца F.

4 Работа с наблюдательным материалом по Прометею

4.1 Измерение снимков

Самым сложным этапом работы была обработка наблюдательных данных. Это связано с тем, что на фотографиях, пригодных для измерений был мелкий масштаб, а элементы, которые предполагалось измерить (амплитуды возмущений), еще не достигли максимума своих значений или уже его прошли (не известна фаза сближения со спутником). Для измерения по определенным критериям были отобраны снимки PIA12537 и PIA12703 (Рис. 6), на которых запечатлены пряди кольца F в момент сближения с Прометеем. На каждом снимке измерялись амплитуды возмущений на кра-

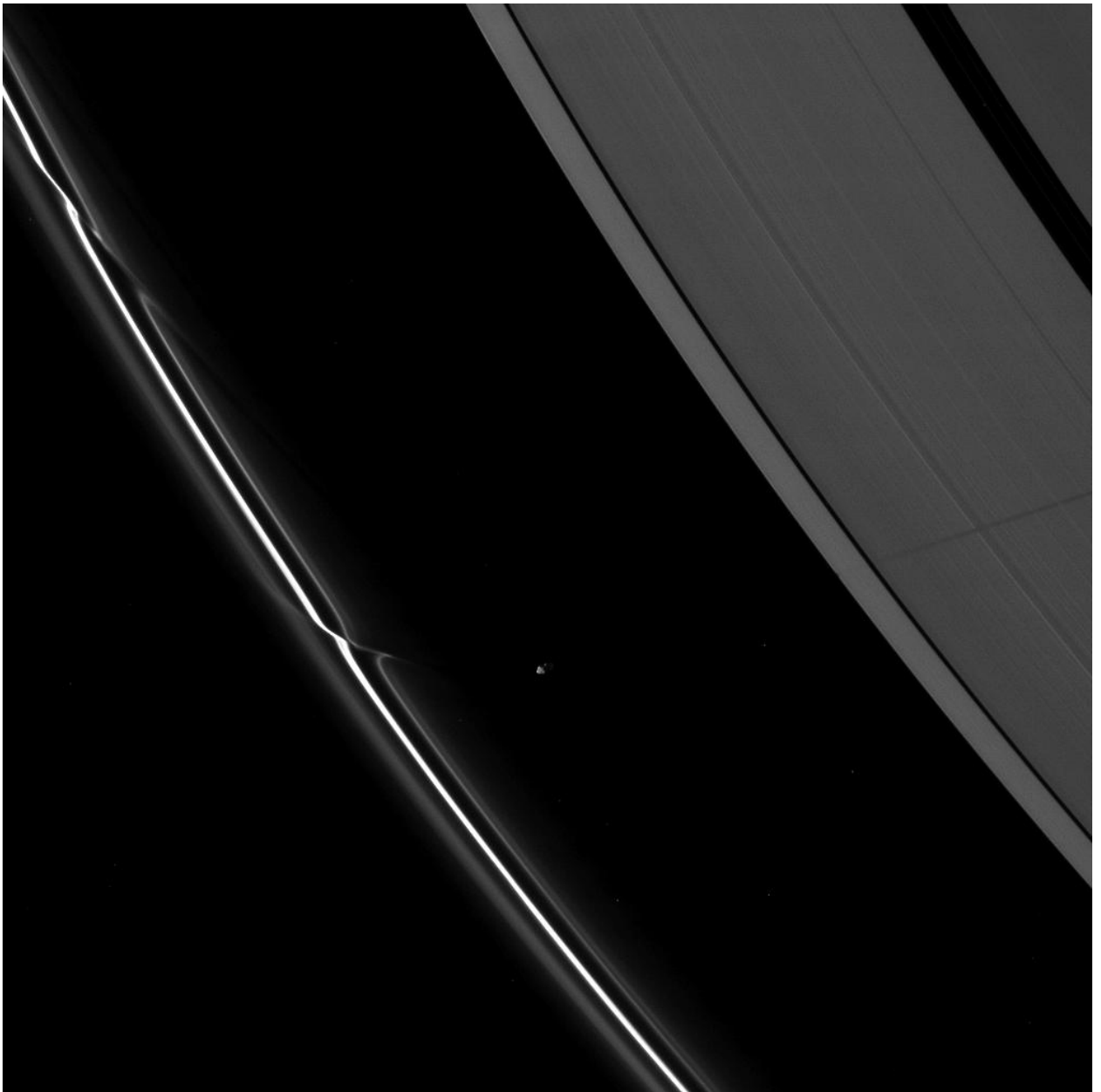


Рис. 6: Снимок PIA12703 (<http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA12703>).

ях прядей и дистанции сближения со спутником (схема указана на Рис. 7). Также качественно по форме возмущений оценивалась фаза сближения. Все величины определялись с некоторой погрешностью, обусловленной, в основном, нечеткостью фотографий и эффектами проекции.

Наилучшими снимками при отборе считались те, на которых запечатлены возмущения предположительно в момент, когда спутник уже удаляется от кольца (согласно модели в этот момент амплитуда растет, и форма возмущения лучше всего согласуется с наблюдаемой на кадре). Также в ка-

честве критерия использовалось наличие крупномасштабной структуры для приемлемого определения масштабного коэффициента снимка (представленные на сайте NASA характеристики снимков недостаточны). Такой структурой была выбрана щель Энке, являющаяся достаточно широкой (~ 300 км).

Для вычислений моделировались границы двух прядей (главной и побочной, ближней к Прометею), таким образом, оценка массы производилась по четырем параметрам для каждого снимка.

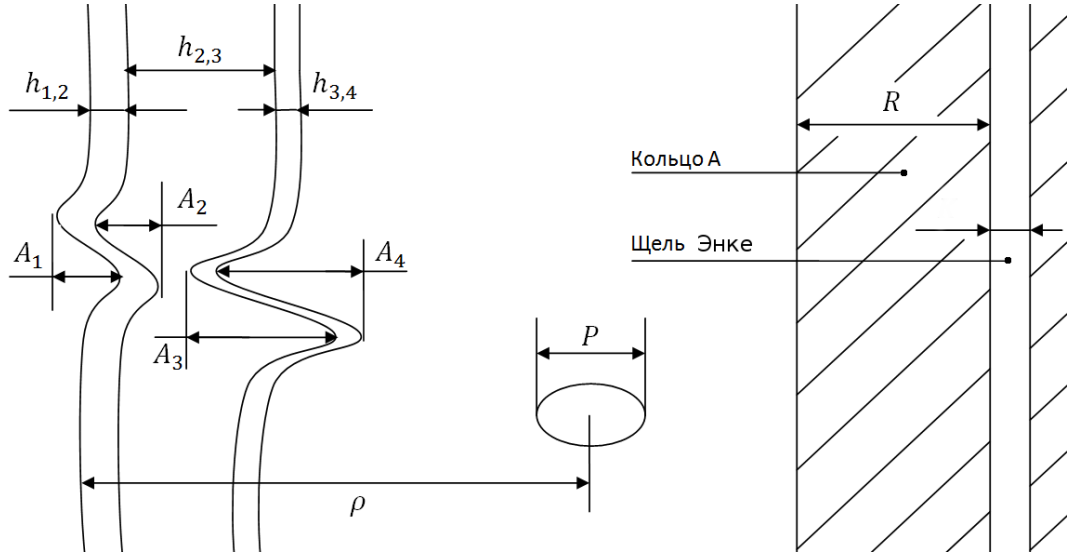


Рис. 7: На схеме измеряемыми величинами являются $A_1 - A_4, h_{1,2}, h_{2,3}, h_{3,4}, \rho$. Также измерялось расстояние от внешнего края кольца А до края щели Энке. Для измерения использовались границы главной и одной побочной прядей, поэтому оценка массы Прометея осуществлялась сразу по четырем параметрам

4.2 Оценка массы спутника Прометей

Для удобства сравнения с оценками, полученными в работах других авторов [12],[13],[16],[17], определяемая масса Прометея выражалась через гравитационный параметр (GM) При вычислениях строились сетки значений амплитуды возмущения участка кольца при разных задаваемых степенях сближения и массах спутника. Была обнаружена гладкая зависимость амплитуды от этих параметров, ожидаемо растущей при увеличении массы и уменьшении дистанции сближения (Рис. 8). С использованием полученных сеток был выделен диапазон для гравитационного параметра, в преде-

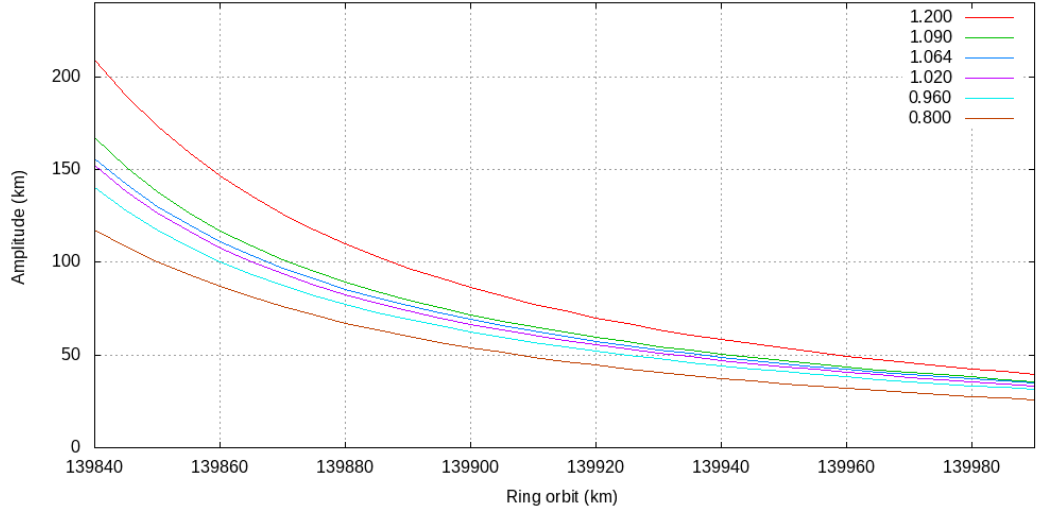


Рис. 8: Зависимость амплитуды возмущения пряди от сатурноцентрического расстояния орбиты при разных вариантах массы Прометей (указаны мантиссы грав. параметра). Используются большая полуось и эксцентриситет орбиты Прометей, принятые в работе.

Таблица 1: Оценки массы спутника Прометей из работ других авторов.

Год	Оценка GM	Работа
2004	$(1.20 \pm 0.07) \times 10^{-2} \text{ км}^3/\text{с}^2$	[12]
2005	$(1.41 + 0.10 / - 0.25) \times 10^{-2} \text{ км}^3/\text{с}^2$	[16]
2006	$(1.045 \pm 0.013) \times 10^{-2} \text{ км}^3/\text{с}^2$	[17]
2008	$(1.064 \pm 0.010) \times 10^{-2} \text{ км}^3/\text{с}^2$	[13]

лах которого Прометей мог бы создать возмущения таких величин, какие были получены при измерениях снимков. По результатам обработки оцениваемый гравитационный параметр спутника Прометей лежит в диапазоне $(0.960 - 1.090) \times 10^{-2} \text{ км}^3/\text{с}^2$. Таким образом, сама масса спутника, выраженная в долях массы Сатурна, лежит в пределах $(2.53 - 2.87) \times 10^{-10} M_{Sat}$.

5 Моделирование возмущений краевой зоны щели Keeler при движении спутника Дафнис

5.1 Щель Килера и спутник Дафнис (S/2005 S1)

Щель Килера расположена во внешней части кольца A, имеет ширину

35 км, радиус ее внутреннего края от центра Сатурна 136487 км. У кольца А радиус внешней границы равен 136780 км [23]. Названа в честь американского астронома Джеймса Килера (James Edward Keeler, 10.09.1857 - 12.08.1900), который по спектроскопическим наблюдениям колец Сатурна обнаружил, что кольца вращаются не как единое твердое тело и, следовательно, представляют собой рой частиц. Джеймс Килер в конце XIX века стал директором Ликской обсерватории.

Спутник в щели Килера был обнаружен на снимках, полученных 1 мая 2005 года с аппарата Кассини. Оценка размеров спутника с учетом разрешения изображения на один пиксель дает диаметр спутника примерно 6-8 км. Спутник получил предварительный номер S/2005 S1, а позже имя Дафнис. По греческой мифологии Дафнис брат Пана. Это имя имеет маленький спутник, находящийся в соседней, более широкой (322-325 км) щели Энке.

Дафнис, возмущая частицы кольца, создает волновой эффект на краях щели Килера (Рис.9). Поскольку эксцентриситет орбиты Дафниса очень мал (всего 0.00003 [13]), спутник не имеет тесных сближений с краями щели, однако создает искривления в них при прохождении, образуя стоячую волну, тянущуюся вслед за Дафнисом (в случае с внешним краем) или идущую впереди него (в случае с внутренним краем) за счет разности орбитальных скоростей Дафниса и частиц на краях щели. На снимке видно, что вызываемые спутником возмущения спустя несколько периодов его орбитального движения естественным образом сглаживаются и затираются, что в первую очередь обусловлено дифференциальным движением колец и разностью эпициклических периодов колебания частиц колец на разных уровнях.

5.2 Предположения при моделировании

В случае с Дафнисом моделировалось поведение внутреннего и внешнего края щели. Были приняты следующие предположения:

- Моделируемые участки кольца считались круговыми.

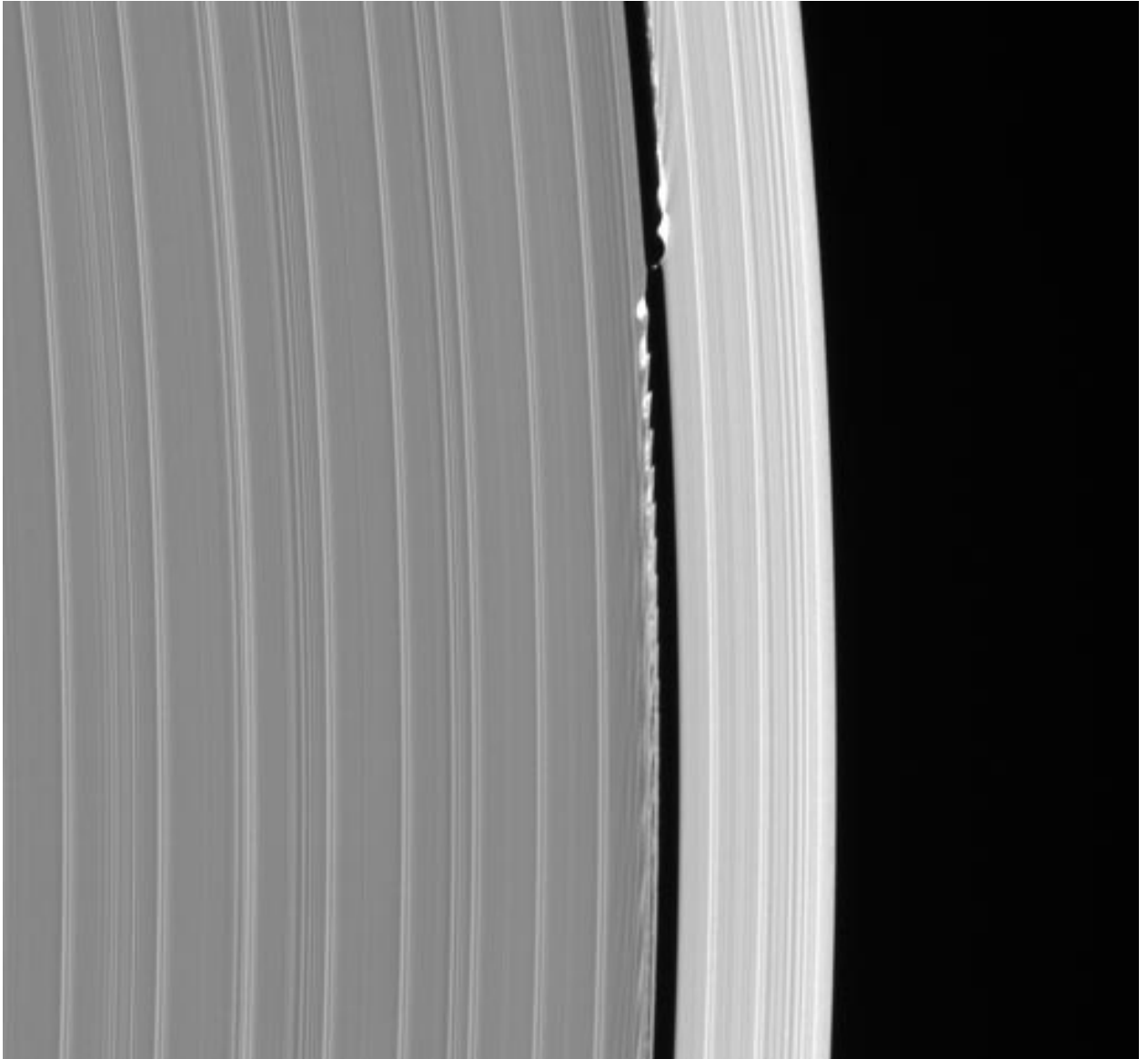


Рис. 9: Снимок PIA07809 (<http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA07809>), сделанный аппаратом Кассини 9 сентября 2006 года и иллюстрирующий спутник Дафнис и создаваемые им волны на краях щели Килера.

- Участки представлялись цепочками тел нулевой массы. Поскольку в формировании колебаний краев принимают участие и частицы внутренних слоев, края моделировались несколькими слоями в глубину.
- Движение частиц до сближения с Дафнисом считалось круговым.
- Движение краев и Дафниса рассматривалось в экваториальной плоскости Сатурна, что справедливо, так как орбита Дафниса имеет очень малый наклон (0.0036° [13])
- Сжатие Сатурна все так же учитывалось.

6 Работа с наблюдательным материалом по Дафнису

6.1 Измерение снимков

Для обработки был использован снимок PIA06237, оказавшийся наиболее удобным с точки зрения определения масштаба (Рис. 10). Снимок был получен в 2005 году и отображает возмущения, вызванные Дафнисом на краях щели. Поскольку для снимка были указаны подробности при его создании (а именно положение аппарата Кассини относительно плоскости колец и центра Сатурна), это позволило без особых трудностей определить масштабный множитель для снимка. Ранее по усредненным амплиту-

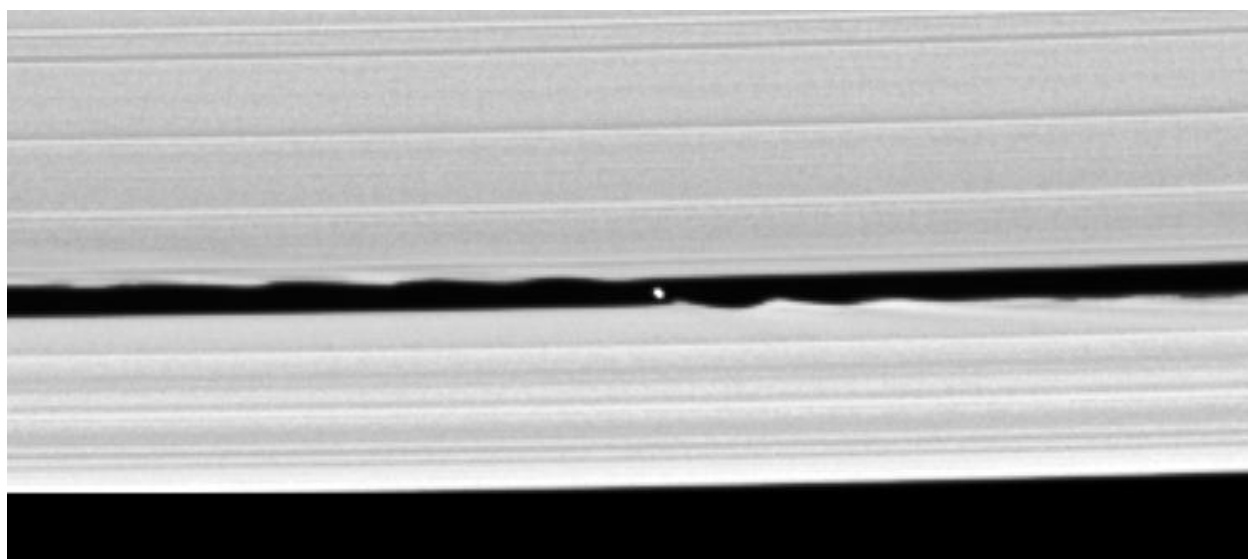


Рис. 10: Снимок PIA06237 (<http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA06237>).

дам возмущений на краях щели Килера уже производилась оценка массы спутника Дафнис [14],[19],[21]. В данной работе была предпринята попытка произвести оценку массы с использованием одиночного снимка, основываясь в том числе на величинах смещения первых максимумов создаваемых волн относительно уровня Дафниса, которые также зависят от массы спутника. К сожалению, в силу недостаточной четкости снимка оказалось возможным измерить лишь одно из смещений максимума, относящееся к внешнему краю. На снимке были измерены (с некоторой погрешностью) амплитуды первых максимумов, смещение первого максимума внешнего края и дистанция прохождения Дафниса относительно каждого края. Эти величины и были использованы для оценки массы Дафниса.

6.2 Оценка массы спутника Дафнис

В результате моделирования была получена качественная картина возмущений на краях щели, созданных спутником (Рис. 11).

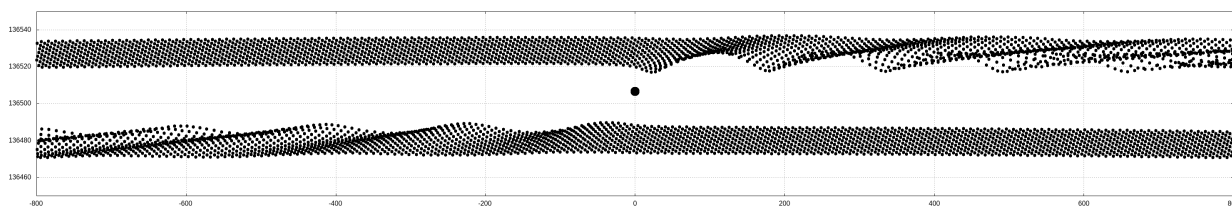


Рис. 11: Смоделированная картина, отражающая вид деформации краев щели. В формировании границы волн участвуют как частицы, находящиеся на краю щели, так и частицы более глубоких слоев. Через несколько периодов обращения спутника Дафнис волны становятся более пологими и в конечном итоге размываются.

В ходе вычислений была обнаружена достаточно гладкая зависимость амплитуды возмущения от массы спутника и дистанции прохождения в некоторой области (под амплитудой подразумевается расстояние пика волны от уровня края щели). Дистанция прохождения также варьировалась, поскольку небольшой эксцентриситет орбиты Дафниса допускает изменение степени сближения в пределах нескольких километров. Зависимость представлена на графике (Рис. 12). Как и следовало ожидать, с ростом массы и уменьшением дальности амплитуда возрастает. При некоторых

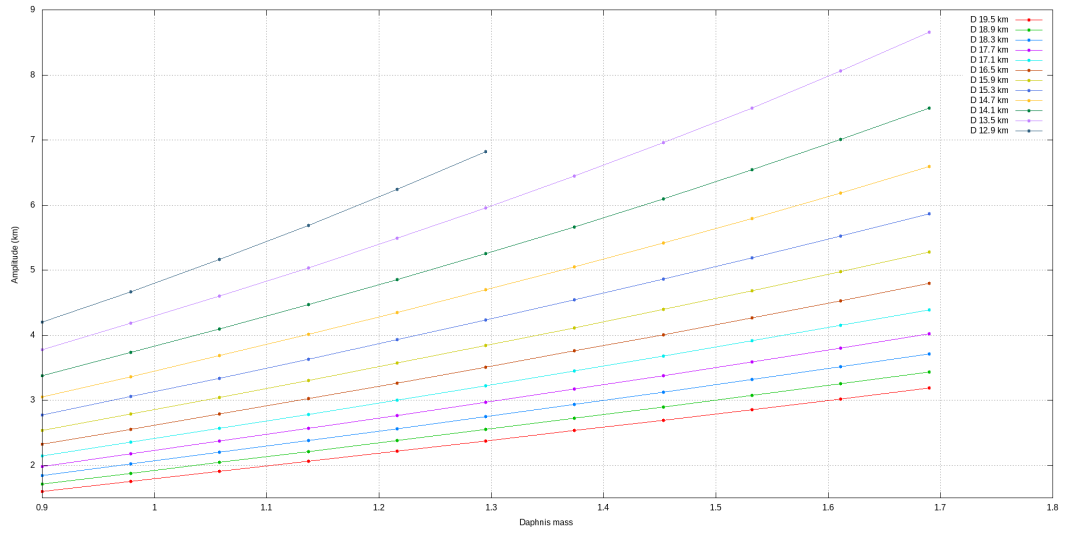


Рис. 12: Зависимость амплитуды возмущения от варьируемой массы Дафниса при разных дистанциях прохождения спутника от края.

критических значениях массы и сближения график терпит разрыв, что налагает ограничения на рассматриваемый диапазон масс и дальностей. Действительно, в случае слишком большой массы или слишком близкого прохождения спутника могли бы возникать существенные деформации в структуре волн, чего в реальности не наблюдается. Аналогично был построен график зависимости смещения первого горба относительно уровня Дафниса.

Оцененная масса спутника Дафнис выражалась в массах Сатурна для удобства сравнения с результатами работ других авторов [14],[19],[21]. По результатам сравнения измеренных величин с полученными графиками была оценена масса спутника Дафнис:

по амплитуде внешнего края $(1.59 \pm 0.13) \times 10^{-13} M_{Sat}$,

по смещению первого горба внешнего края $(1.44 \pm 0.15) \times 10^{-13} M_{Sat}$,

по смещению внутреннего края $(1.47 \pm 0.13) \times 10^{-13} M_{Sat}$.

Средняя оценка для Дафниса: $(1.50 \pm 0.10) \times 10^{-13} M_{Sat}$.

Погрешность оценки может быть заниженной в силу неучтенных эффектов, таких как небольшие наклоны орбит или проекционные эффекты. Поскольку средняя амплитуда возмущения края щели от других спутников может достигать 0.6–0.7 км и это составляет 10–15% от измеренных

Таблица 2: Оценки массы спутника Дафнис из работ других авторов.

Год	Оценка массы	Работа
2005	$(1.48 \pm 0.21) \times 10^{-13} M_{Sat}$	[14]
2007	$(1.20 \pm 0.30) \times 10^{-13} M_{Sat}$	[21]
2010	$(1.35 \pm 0.26) \times 10^{-13} M_{Sat}$	[19]

амплитуд, то погрешность определения массы также возрастает.

7 Заключение

В настоящей работе были смоделированы гравитационные возмущения, создаваемые в кольцах Сатурна проходящим близким спутником. На основе выполненного моделирования был предложен и применен метод для оценки массы спутников Прометей и Дафнис.

Для Прометея по одновременному возмущению нескольких прядей кольца F находились параметры сближения и массы спутника. Этим методом были обработаны фотографии, полученные космическим аппаратом Cassini, находящимся на орбите около Сатурна. По результатам обработки этих фотографий был получен диапазон значений массы Прометея:

$$(2.53 - 2.87) \times 10^{-10} M_{Sat}.$$

Для Дафниса по снимку были измерены амплитуды для обоих краев щели Килера и смещение первой волны возмущения для внешнего края. По результатам обработки произведена оценка для массы Дафниса:

$$(1.50 \pm 0.10) \times 10^{-13} M_{Sat}$$

Предполагается, что метод, примененный в работе, в дальнейшем может использоваться для оценки масс других спутников, в том числе в кольцевых системах, не относящихся к Сатурну.

Список литературы

- [1] Горькавый Н.Н., Фридман А.М. Физика планетных колец: небесная механика сплошной среды.
М.: Наука, 1994.
- [2] И. С. Довгалева, Н. П. Питъев: Оценка массы спутников по гравитационным возмущениям в кольцах Сатурна.
Известия ГАО в Пулкове №223, Труды Всероссийской астрометрической конференции “ПУЛКОВО – 2015”, с. 183-188 (2016)
- [3] Cassini Equinox Mission
<http://saturn.jpl.nasa.gov/index.cfm>
- [4] Ring and Ring Gap Nomenclature
<http://planetarynames.wr.usgs.gov/append8.html>
- [5] A. S. Bosh, C. B. Olkin, R. G. French, P. D. Nicholson: Saturn’s F Ring: kinematics and particle sizes from stellar occultation studies.
Icarus, 157:57–75 (2002)
- [6] E. Everhart: Implicit single-sequence methods for integrating orbits.
Celestial Mechanics, 10:35-55 (1974)
- [7] T. Gehrels, L. R. Baker, E. Beshore, C. Blenman, J. J. Burke, N. D. Castillo, B. Dacosta, J. Degewij, L. R. Dose, J. W. Fountain, J. Gotobed, C. E. Kenknight, R. Kingston, G. McLaughlin, R. McMillan, R. Murphy, P. H. Smith, C. P. Stoll, R. N. Strickland, M. G. Tomasko, M. P. Wijesinghe, D. L. Coffeen, L. W. Esposito: Imaging photopolarimeter on Pioneer Saturn.
Science, 207:434-439 (1980)
- [8] P. Goldreich, S. Tremaine.: Dynamics of planetary rings.
Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 20:249-283 (1982)
- [9] P. Goldreich, N. Rappaport: Chaotic motion of Prometheus and Pandora.
Icarus, 162:391-399 (2003a)

- [10] P. Goldreich, N. Rappaport: Origin of the chaos in the Prometheus-Pandora system.
Icarus, 166:320-327 (2003b)
- [11] R. A. Jacobson, P. G. Antreasian, J. J. Bordi, K. E. Criddle, R. Ionasescu, J. B. Jones, R. A. Mackenzie, F. J. Pelletier, W. M. Owen Jr., D. C. Roth, J. R. Stauch: The gravity field of the Saturnian system from satellite observations and spacecraft tracking data.
Astronomical Journal, 132:2520-2526 (2006)
- [12] R. A. Jacobson, R. G. French: Orbits and masses of Saturn's coorbital and F-ring shepherding satellites.
Icarus, 172:382-387 (2004)
- [13] R. A. Jacobson, J. N. Spitale, C. C. Porco, K. Beurle, N. J. Cooper, M. W. Evans, C. D. Murray: Revised orbits of Saturn's small inner satellites.
Astronomical Journal, 135:261-263 (2008)
- [14] C. C. Porco, P. C. Thomas, J. W. Weiss, D. C. Richardson: Saturn's small inner satellites: Clues to their origins.
Science, V. 318, 1602-1607 (2007)
- [15] C. C. Porco, J. W. Weiss, P. C. Thomas, D. C. Richardson, R. A. Jacobson, J. N. Spitale: Physical characteristics and possible accretionary origins for Saturn's small satellites.
Bulletin of American Astronomical Society, XXXVII:768 (2006)
- [16] S. Renner, B. Sicardy, R. G. French: Prometheus and Pandora: masses and orbital positions during the Cassini tour.
Icarus, 174:230-240 (2005)
- [17] J. N. Spitale, R. A. Jacobson, C. C. Porco, W. M. Owen Jr.: The orbits of Saturn's small satellites derived from combined historic and Cassini imaging observations.
Astronomical Journal, 132:692-710 (2006)

- [18] P.J. Stooke: The shapes and surface features of Prometheus and Pandora
Earth, Moon and Planets, 62:199–221 (1993)
- [19] P.C. Thomas: Sizes, shapes, and derived properties of the saturnian
satellites after the Cassini nominal mission.
Icarus, 208:395–401 (2010)
- [20] P.C. Thomas: The shapes of small satellites.
Icarus, 77:248–274 (1989)
- [21] J.W. Weiss, C.C. Porco, M. S. Tiscareno: Ring edge waves and the masses
of nearby satellites.
Astronomical Journal, 138:272–286 (2009)
- [22] O. C. Winter, D. C. Mourão, S. M. Giuliatti Winter, F. Spahn, C. da Cruz:
Moonlets wandering on a leash-ring.
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 380:54–57 (2007)
- [23] Ring-Moon Systems Node
http://pds-rings.seti.org/saturn/saturn_tables.html